

Определение густоты многоярусных и многорядных круговых лопаточных решеток

Л.К. Чернявский (ЗАО «НПФ «Невинтермаш»)

Рассмотрены приближенные способы определения густоты многоярусных и многорядных круговых лопаточных решеток. Предложен строгий способ определения данного параметра, заключающийся в интегрировании дифференциала густоты решетки в пределах от внутреннего радиуса решетки до наружного. Оценена погрешность приближенных способов по отношению к строгому.

Ключевые слова: центробежная ступень, рабочее колесо, лопаточный диффузор, обратно-направляющий аппарат, круговая лопаточная решетка, густота решетки, многоярусные и многорядные решетки.

Determination of circular blade many-arrays spasing

L.K. Chernyavsky

Simple approximate methods suggested to calculate spasing of circular blade many-arrays.

An accurate calculation method proposed, which is integration of differential of spasing from internal radius of arrays to external it. The mistake of approximate methods relatively accurate method has been estimated.

Key words: centrifugal stage, impeller, vane diffuser, back-guiding vanes, circular blade arrays, arrays spasing, blade many-arrays

Круговые лопаточные решетки – неотъемлемая часть большинства элементов проточной части центробежной ступени: рабочего колеса, лопаточного диффузора, обратно-направляющего аппарата, а также входного аппарата радиального типа.

Обычно круговые решетки выполняют одноярусными (однорядными), т. е. состоящими из одинаковых лопаток. Однако в случаях, когда велики относительные толщины лопаток и/или малы ширины межлопаточных каналов в радиальной плоскости, применяются двухъярусные ре-

шетки (рис. 1). Известны также более сложные решетки: многоярусные (рис. 2, а) и многорядные (рис. 2, б).

В соответствии с терминологией, принятой в компрессоростроении, в данной статье под многоярусной подразумевается такая решетка, которая получена из исходной одноярусной (однорядной) решетки подрезкой части лопаток. Как правило, подрезка осуществляется с внутренней границы решетки (см. рис. 1 и 2), поскольку обычно именно здесь имеют место наибольшее загромождение потока лопатками и наименьшая ширина меж-

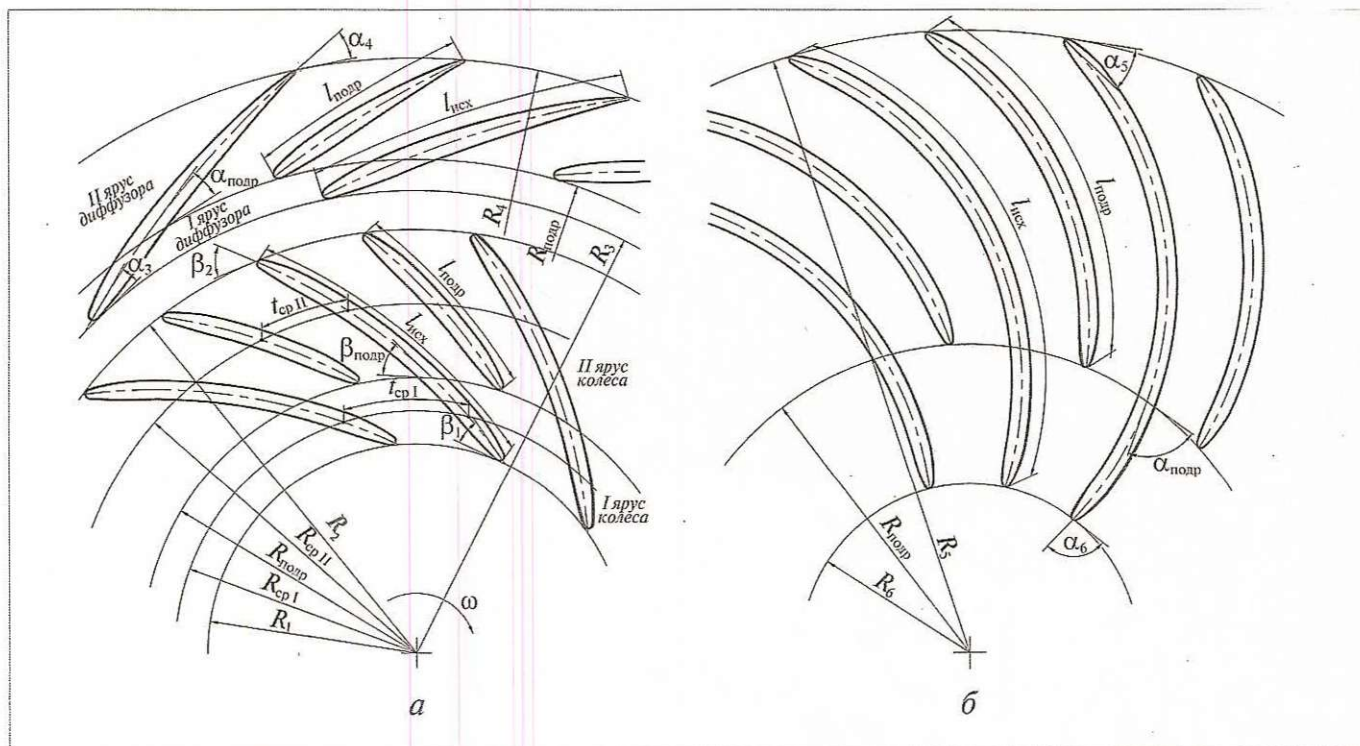


Рис. 1. Двухъярусные решетки: а – центробежного колеса и лопаточного диффузора; б – обратно-направляющего аппарата

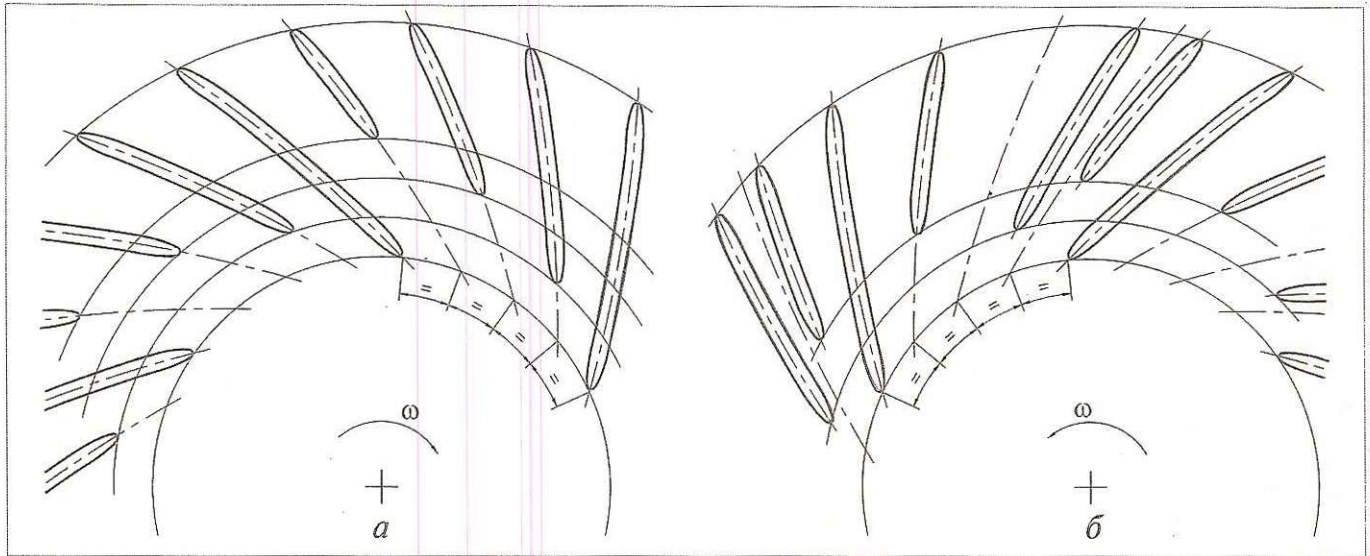


Рис. 2. Решетки центробежного колеса:
а – многоярусная [1]; б – многорядная [2]

лопаточных каналов. Многорядная решетка отличается от многоярусной тем, что короткие лопатки получаются не подрезкой длинных, а в результате специального профилирования с целью оптимизации потока в решетке.

Важнейшим параметром любой лопаточной решетки является ее густота \bar{l} . От значения данного параметра существенно зависят потери напора в решетке и направление потока на выходе из нее. В связи с этим исследователям и проектантам центробежных турбомашин необходимо определять величину \bar{l} возможно точнее. Особенно большое внимание следует уделять определению густоты решетки колеса, так как \bar{l} колеса совместно с выходным углом его лопаток β_2 предопределяет напорность ступени.

В одноярусных (однорядных) решетках вычислять \bar{l} , традиционно определяемую как отношение длины лопатки l к среднему шагу лопаток t_{cp} , весьма просто благодаря однозначности параметров l и t_{cp} . В многоярусных и многорядных решетках задача вычисления \bar{l} несколько неопределенна ввиду отсутствия однозначности l и t_{cp} .

Рассмотрим вопрос определения \bar{l} многоярусных и многорядных решеток на примере самых простых из них – двухъярусных.

Первая попытка предложить способ определения \bar{l} двухъярусных решеток была предпринята в работе [3], где рекомендуется принимать \bar{l} в $\sim 1,15$ раза меньше, чем \bar{l} исходной одноярусной решетки. Будучи правильной качественно (\bar{l} двухъярусной решетки всегда меньше, чем \bar{l} исходной одноярусной), данная рекомендация на практике малопригодна, поскольку никак не отражает зависимости \bar{l} от величины подрезки, т.е. от радиуса подрезки $R_{подр}$. Отметим, что эта зависимость должна быть монотонно уменьшающейся.

Вторая попытка, предпринятая в рамках работы [4], оказалась более удачной, но, как будет показано далее, не вполне успешной. Результат этой попытки – формула для \bar{l} , содержащая $R_{подр}$. Применительно к колесу формула имеет вид

$$\bar{l} = \frac{z l_{исх} (R_2 - R_1)}{\pi (R_2^2 + R_{подр}^2 - 2R_1^2)}, \quad (1)$$

где z – общее число лопаток в решетке; $l_{исх}$ – длина исходной лопатки. Из структуры формулы видно, что \bar{l} непрерывно уменьшается с увеличением $R_{подр}$.

Выражение (1) было получено на основании трактовки \bar{l} двухъярусной решетки как отношения длины исходной лопатки к среднему шагу лопаток двухъярусной решетки t_{cp} :

$$\bar{l} = \frac{l_{исх}}{t_{cp}}. \quad (2)$$

Величина t_{cp} в работе [2] находилась осреднением средних шагов лопаток на первом и втором ярусах t_{cpI} и t_{cpII} по радиальным протяженностям ярусов $(R_{подр} - R_1)$ и $(R_2 - R_{подр})$:

$$t_{cp} = \frac{t_{cpI} (R_{подр} - R_1) + t_{cpII} (R_2 - R_{подр})}{R_2 - R_1}.$$

Согласно определениям $t_{cpI} = 2\pi(R_1 + R_{подр})/z$ и $t_{cpII} = \pi(R_{подр} + R_1)/z$, получим

$$t_{cp} = \frac{\pi (R_2^2 + R_{подр}^2 - 2R_1^2)}{z (R_2 - R_1)}.$$

Подстановка этого выражения в (2) и дала формулу (1).

Для пользования формулой (1) необходимо знать длину исходной лопатки $l_{исх}$. В случае произвольной

формы средней линии лопатки в радиальной плоскости точное значение $l_{исх}$ находится интегрированием:

$$l_{исх} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{dR}{\sin \beta}. \quad (3)$$

В частном случае (при $\beta = \text{const}$, что иногда бывает в колесе) необходимость в интегрировании отпадает, и $l_{исх}$ может быть вычислена по формуле

$$l_{исх} = \frac{R_2 - R_1}{\sin \beta}. \quad (4)$$

Как известно, на практике средние линии лопаток часто очерчивают дугой окружности радиусом R_d . При этом, несмотря на то, что $\beta \neq \text{const}$, интегрирование тоже не требуется благодаря наличию аналитической связи $l_{исх}$ с R_d , R_1 , R_2 , β_1 и β_2 . Согласно, например работе [5],

$$l_{исх} = 2R_d \arctg \frac{R_2 \cos \beta_2 - R_1 \cos \beta_1}{R_2 \sin \beta_2 + R_1 \sin \beta_1}, \quad (5)$$

где \arctg выражен в радианах.

В частном случае прямолинейности средних линий лопаток, когда выражение (5) дает неопределенность типа $\infty \cdot 0$, $l_{исх}$ вычисляется иначе:

$$l_{исх} = R_d \frac{\sin(\beta_2 - \beta_1)}{\cos \beta_2}. \quad (6)$$

Следует отметить, что подход к проблеме определения густоты \bar{l} на основании которого была получена формула (1), не единственно допустимый. По меньшей мере с равным основанием должен быть рассмотрен второй подход, трактующий густоту двухъярусной решетки как отношение средней длины лопаток $l_{ср}$ к среднему шагу лопаток в исходной решетке $t_{исх}$:

$$\bar{l} = \frac{l_{ср}}{t_{исх}}. \quad (7)$$

С учетом того, что $l_{ср} = (l_{исх} + l_{подр})/2$, а $t_{исх} = \pi(R_1 + R_2)/z$, выражение (7) приобретает вид

$$\bar{l} = \frac{z(l_{исх} + l_{подр})}{2\pi(R_1 + R_2)}. \quad (8)$$

Фигурирующая в формуле (8) длина подрезанной лопатки $l_{подр}$ находится по аналогии с $l_{исх}$, т.е. в зависимости от формы средней линии лопатки по одному из выражений (3)–(6), разумеется, с заменой в них R_1 на $R_{подр}$ и β_1 на $\beta_{подр}$. При этом величина $\beta_{подр}$ в общем случае берется из заданной функции $\beta = f(R)$, а в случае радиусной или прямолинейной формы средней линии лопатки, когда $\beta = f(R)$ не задается, вычисляется по формуле

$$\beta_{подр} = \arccos \left(\frac{R_{подр}^2 - R_1^2}{2R_{подр}R_1} + \frac{R_1}{R_{подр}} \cos \beta_1 \right).$$

С позиций формальной логики приемлемы еще два способа определения \bar{l} :

первый

$$\bar{l} = \frac{l_{ср}}{t_{ср}}, \quad (9)$$

где $l_{ср}$ и $t_{ср}$ – средние значения длины и шага лопаток рассматриваемой двухъярусной решетки;

второй

$$\bar{l} = \frac{\bar{l}_I(R_{подр} - R_1) + \bar{l}_{II}(R_2 - R_{подр})}{R_2 - R_1}, \quad (10)$$

где \bar{l}_I и \bar{l}_{II} – густоты первого и второго ярусов.

Анализ этих формально логических способов показал, однако, что оба они неприемлемы:

– способ (9) дает очень быстрое уменьшение \bar{l} с увеличением $R_{подр}$ и при предельной величине подрезки, когда $R_{подр} = R_2$ (когда двухъярусная решетка становится одноярусной с числом лопаток $z/2$), вдвое снижает густоту;

– способ (10) вместо непрерывно уменьшающейся зависимости \bar{l} от $R_{подр}$ дает зависимость с минимумом \bar{l} в промежутке $R_{подр}$ между R_1 и R_2 .

Таким образом, из четырех рассмотренных способов определения \bar{l} (других сколько-нибудь логических способов не видно) приемлемыми являются только первые два: способ (2) с расчетной формулой (1) и способ (7) с расчетной формулой (8). Определять \bar{l} этими способами достаточно просто. Но, к сожалению, результаты получаются приближенными, так как и тот и другой способы – не строгие, основанные на традиционной инженерной трактовке густоты лопаточных решеток, согласно которой $\bar{l} = l/t$.

Для точного определения \bar{l} необходимо воспользоваться строгим понятием густоты решетки, предложенным в работе [6], согласно которому

$$\bar{l} = \int_{R_1}^{R_2} d\bar{l}. \quad (11)$$

Представляя этот интеграл в виде суммы двух интегралов, соответствующих первому и второму ярусам, получаем

$$\bar{l} = \int_{R_1}^{R_{подр}} d\bar{l}_I + \int_{R_{подр}}^{R_2} d\bar{l}_{II}, \quad (12)$$

где $d\bar{l}_I$ и $d\bar{l}_{II}$ дифференциалы $d\bar{l}$ на первом и втором ярусах.

Поскольку

$$d\bar{l}_I = \frac{dl}{l} = \frac{dR/\sin \beta}{2\pi R/(z/2)} = \frac{z dR}{4\pi R \sin \beta},$$



а

$$d\bar{l}_{II} = \frac{dl}{t_{II}} = \frac{dR/\sin\beta}{2\pi R/z} = \frac{z dR}{2\pi R \sin\beta},$$

выражение (12) для строгого определения \bar{l} двухъярусной решетки принимает вид

$$\bar{l} = \frac{z}{2\pi} \left(0,5 \int_{R_1}^{R_{\text{подр}}} \frac{dR}{R \sin\beta} + \int_{R_{\text{подр}}}^{R_2} \frac{dR}{R \sin\beta} \right). \quad (13)$$

Оба интеграла могут быть найдены в каждой конкретной лопаточной решетке численным методом, так как лопаточный угол обычно представляет собой сложную функцию радиусом R . В упоминавшемся частном случае ($\beta = \text{const}$) необходимость в интегрировании отпадает, поскольку при $\beta = \text{const}$

$$\int_{R_1}^{R_{\text{подр}}} \frac{dR}{R \sin\beta} = \frac{\ln(R_{\text{подр}}/R_1)}{\sin\beta},$$

а

$$\int_{R_{\text{подр}}}^{R_2} \frac{dR}{R \sin\beta} = \frac{\ln(R_2/R_{\text{подр}})}{\sin\beta}.$$

После подстановки этих формул в выражение (13) получим, что в данном частном случае для определения \bar{l} может быть использована формула

$$\bar{l} = \frac{z}{2\pi \sin\beta} \ln \frac{R_2}{\sqrt{R_1 R_{\text{подр}}}}.$$

Представляет интерес сравнить рассмотренные выше два приемлемых приближенных способа определения \bar{l} [способы (2) и (7)] со строгим, но более трудоемким способом (11). С этой целью на рис. 3 построены рассчитанные по выражениям соответственно (1), (8) и (13) зависимости \bar{l} от $R_{\text{подр}}/R_2$ для типичной лопаточной решетки центробежного колеса с $R_1/R_2 = 0,5$, $\beta_1 = 30^\circ$, $\beta_2 = 45^\circ$, $z = 24$ и средней линией лопаток в виде дуги окружности. В расчетах величина подрезки варьировалась от нулевой ($R_{\text{подр}}/R_2 = 0,5$) до максимальной ($R_{\text{подр}}/R_2 = 1,0$).

Из рис. 3 следует:

- результаты, полученные с использованием приближенных способов, качественно хорошо согласуются с результатами строгого способа, однако погрешность их достигает 6%;
- способ (7) несколько точнее способа (2);
- при нулевой и 100%-ной подрезке приближенные способы дают совершенно идентичные результаты, а наибольшее расхождение между ними наблюдается при средних величинах подрезки.

Все приведенные в статье расчетные выражения для \bar{l} двухъярусных решеток даны применительно к решетке колеса. Тем не менее, их можно применять и ко всем статорным круговым решеткам центробежной ступени. Для это-

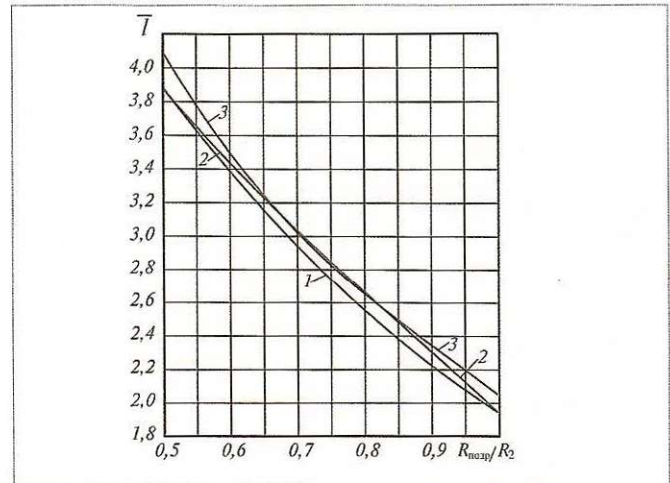


Рис. 3. Зависимость $\bar{l} = f(R_{\text{подр}}/R_2)$ для двухъярусной решетки типичного центробежного колеса с $R_1/R_2 = 0,5$, $\beta_1 = 30^\circ$, $\beta_2 = 45^\circ$, $z = 24$ и радиусными лопатками, рассчитанная разными способами: 1 – приближенный способ (2); 2 – приближенный способ (7); 3 – строгий способ (11)

го достаточно заменить углы β углами α , а индексы «1», «2» – индексами «3», «4» (в случае лопаточного диффузора) или «б», «5» (в случае обратно-направляющего аппарата).

Таким образом, можно сделать следующие выводы:

- густоту \bar{l} двухъярусных круговых лопаточных решеток центробежных ступеней целесообразно определять строгим способом – путем интегрирования дифференциала густоты $d\bar{l}$ в пределах от внутренней границы решетки до внешней. Расчетной зависимостью при этом применительно к решетке колеса является выражение (13);
- в инженерных расчетах, допуская погрешность в несколько процентов, можно пользоваться приближенным способом, в котором \bar{l} определяется как отношение средней длины лопаток рассматриваемой двухъярусной решетки к среднему шагу лопаток исходной одноярусной решетки. Расчетной зависимостью при этом применительно к решетке колеса является формула (8);
- очевидно, что оба предыдущих вывода правомерно распространить на многоярусные и многорядные решетки.

Список литературы

1. А.с. СССР № 334407. Рабочее колесо центробежного насоса.
2. А.с. СССР № 1321933. Рабочее колесо центробежной турбомшины.
3. Селезнев К.П., Подобуев Ю.С., Анисимов С.А. Теория и расчет турбокомпрессоров. Л.; Машгиз. 1968.
4. Чернявский Л.К. Развитие инженерного подхода к расчету теоретического напора центробежных колес//Компрессорная техника и пневматика. 2001. № 10.
5. Эккерт Б. Осевые и центробежные компрессоры. М.; Машгиз. 1959.
6. Чернявский Л.К. Определение густоты круговых лопаточных решеток центробежных ступеней//Компрессорная техника и пневматика. 2010. № 2.